

Una piccola premessa sulla matematica

Di solito le premesse sono lunghe, noiose e pure inutili, ma in questo caso, dovendo parlare di applicazioni della matematica a problematiche moderne e meno tradizionali, vorrei chiarire alcune cose, perché ciò che racconterò potrebbe altrimenti risultare poco credibile. Inoltre, secondo me esistono pregiudizi sulla matematica che, se non spazzati fin dall'inizio, sarebbero ingombranti e spiacevoli compagni di tutto o quasi quel che segue. E anche se così non fosse a me i pregiudizi non piacciono, quindi quando posso li combatto. Partiamo dunque da quello più diffuso, ricordando comunque che siccome non sto scrivendo formule ma esprimendo opinioni, molto di quel che dico potrebbe non trovare d'accordo buona parte dei miei colleghi, della qual cosa in effetti mi rallegro. Nell'immaginario collettivo, posto che l'immaginario collettivo si occupi di queste cose, la matematica rappresenta forse l'unica scienza esatta, dove tutto è chiaro, immutabile, condiviso. Niente di più falso! Quel che, più o meno (e io direi anche più meno che più) è immutabile e condiviso è una serie di regole logiche che permettono di fare ragionamenti. Detto alla buona, come da certe ipotesi dimostriamo una tesi, *seguito regole universali*. Per questo che nella geometria euclidea un triangolo abbia la proprietà che la somma degli angoli interni dà 180 gradi è un fatto assodato che nessuno contesta o si sogna di pensare che forse non è vero. Il che però fa una bella differenza dall'affermazione che in ogni triangolo la somma degli angoli interni è di 180 gradi, voglio dire senza la premessa "nella geometria euclidea". E' chiaro che ci sono cose che ci sembrano così evidenti che ci sembrano vere in assoluto. Ma è invece una realtà assodata, almeno nella scienza moderna, che per fare reali progressi nella conoscenza è necessario stabilire su che basi costruiamo le nostre teorie, e che le basi stesse sono abbastanza arbitrarie, nel senso che sulla loro "verità" si possono spesso fare obiezioni anche sensate. So che è difficile accettare l'idea che le affermazioni:

esistono insiemi che hanno più elementi di quanto siano i numeri naturali $1,2,3,\dots, n,\dots$ e meno elementi dei punti di una retta

***non** esistono insiemi che hanno più elementi di quanto siano i numeri naturali $1,2,3,\dots, n,\dots$ e meno elementi dei punti di una retta*

possono essere entrambe vere,¹ anche se ovviamente non all'interno della stessa teoria. Ma non c'è modo di uscire da questa situazione paradossale, dobbiamo accettare questo fatto contro intuitivo ma ineluttabile nel momento in cui spingiamo le nostre conoscenze e il nostro intelletto al di là della routine. In altre parole, la nostra conoscenza è comunque imperfetta e relativa, non assoluta (l'assoluto lo lasciamo alle religioni,² alle quali comunque siamo liberi, o dovremmo essere liberi, di aderire oppure no), in *ogni* campo, anche nella matematica. Per fare un esempio familiare, la teoria della relatività non è vera o falsa, ma una teoria che spiega benissimo certe cose che la meccanica Newtoniana non descrive con altrettanta efficacia, ma che domani sarà certamente sorpassata da un'altra teoria che farà qualche passo più in là. E già che ci siamo sarà bene mettere in evidenza che questo naturalmente non significa che oggi Newton sia considerato un ingenuo o che domani Einstein non sarà più considerato la gigantesca figura di scienziato di oggi: significa più semplicemente che la realtà³ è così complessa che nessuna teoria formulata dalla mente umana la potrà mai abbracciare interamente. E dunque c'è posto per molte teorie, tutte "vere" secondo certi paradigmi e "false" in altri mondi. La matematica non è immune da questo, anzi.

Un altro aspetto molto importante, almeno per me, da mettere in evidenza quando si parla di matematica, è che essa non è fatta *solo* di numeri e di calcoli. Questo di solito è confusamente percepito, ma poi continuamente si cade nell'equivoco che senza numeri e calcoli non esiste vera matematica. Non voglio sostenere tesi paradossali, quindi riconosco senza problemi che la tecnica, il calcolo, il numero sono ingredienti essenziali della matematica. Ma non sono *la* cosa essenziale! Il calcolo è indubbiamente utile, e può essere pure divertimento per qualcuno, ma che torto limitare un'altissima forma di pensiero a un mero esercizio mentale di calcolo! Ho le mie idee sul perché tale pregiudizio sia così diffuso, e in particolare sulle grandi colpe dei matematici sul suo proliferare, ma non è interessante che le esprima, almeno qui. Piuttosto, preferisco ribadire con forza che la matematica è in gran parte una storia di idee, oltre a tutto una storia di splendide idee, e quel che mi spinge a scriverne per i non addetti ai lavori è appunto il tentativo di raccontare qualcuna di queste idee. La formalizzazione matematica di concetti elaborati in

¹ Sorvolo sul fatto che dare un significato preciso al concetto di "vero" in contesto matematico è molto difficile. Possiamo accontentarci di pensare intuitivamente che una teoria sia vera se non porta a contraddizioni evidenti con l'esperienza sensibile, o se non presenta contraddizioni.

² Che non a caso sono più d'una.

³ Sarebbe interessante discutere sul fatto che sia giusto parlare *della* realtà: davvero esiste una (sola) realtà? Dal punto di vista filosofico c'è chi lo nega, e ammetto che questo suscita molto le mie simpatie; trovo la teoria costruttivista interessante, credibile e soprattutto *utile* per suggerire comportamenti corretti. Ma non ho le competenze sufficienti per proporre qui una riflessione seria ... Suggerisco di leggere, a chi fosse interessato a queste cose, il bellissimo libro *La realtà inventata, Contributi al costruttivismo*, P. Watzlawick, Feltrinelli Editore (2006).

interazione con altri mondi è una delle più grandi conquiste del pensiero, ed è stupido non metterlo in evidenza!

Avendo dunque chiarito che la matematica è prima di tutto un mondo di idee, appare meno strana l'affermazione precedente che anche essa abbia i suoi dubbi e le sue incertezze. Non è tutto immobile e fisso nel mondo della matematica, e questo tra l'altro ha i suoi bei vantaggi: perdiamo sì un po' di certezze, quelle che ci tranquillizzano, ma d'altro canto la consapevolezza di non poter dire verità assolute nemmeno in questo mondo forse ci rende un po' meno titubanti, e ci dà più coraggio per esplorare. Ecco che allora la matematica non si occupa più solo della descrizione della realtà fisica o geometrica, ma si avventura anche in mondi diversi. Questa è una conquista davvero recente, ma molto significativa. Finalmente essa si occupa e preoccupa di cose meno strutturate e più elusive, come l'economia, la psicologia, l'uomo insomma, e non solo il mondo che lo circonda.

E qui posso avviarmi alla conclusione di questa premessa, mettendo per iscritto un concetto forse banale, ma che occorre non dimenticare quando proseguendo nella lettura potrebbe capitare di essere *molto* perplessi su un certo numero di conclusioni che raggiungeremo. Una volta chiarito che persino nella fisica quel che abbiamo sono delle *teorie* e non delle verità, figurarsi se la stessa cosa non vale a maggior ragione se parliamo di comportamento di esseri viventi! Accettato questo, possiamo capire senza troppa difficoltà che se la descrizione fisica dei fenomeni appare sbalorditivamente in accordo con la nostra esperienza sensibile (un'eclisse è prevista fin dai tempi antichi con enorme precisione), è un'illusione che lo stesso si possa fare parlando di fenomeni biologici, psicologici, sociali. A volte ci potrà sembrare che davvero le conclusioni della teoria siano così paradossali da diventare difficili da accettare, ma in realtà l'atteggiamento più sensato, secondo me, è di cercare di capire la teoria e di discuterne la sua validità e i suoi limiti, perché tutto quel che è ben fatto nell'ambito del progresso del pensiero si rivela bello e utile, anche se non ha l'applicabilità immediata che possono avere altri modelli. In fondo il moto dei pianeti è senza misteri per noi, le previsioni del tempo invece contengono ancora errori a volte grossolani: ma è anche vero che negli ultimi anni si sono fatti progressi enormi in questo campo per quanto ne riguarda l'affidabilità, e la matematica in questo ha giocato un ruolo decisivo. E oramai tutti ci fanno conto, pur sapendo che errori sono sempre possibili.

Per concludere, nel prossimo capitolo spenderò qualche parola sulle ipotesi di base della teoria dei giochi, proprio perché esse sono molto meno scontate dei fondamenti in altre discipline: in fondo Euclide ha avuto un'idea straordinaria nel

voler assiomatizzare la geometria, ma anche senza scendere nei suoi dettagli la geometria piana può essere intuita senza grandi sforzi: ben diversa è la situazione nelle scienze che riguardano più direttamente lo studio degli esseri viventi. Poi cercherò sempre di spiegare perché certi risultati sono corretti, date le premesse, anche se sembrano contro intuitivi, mettendo in evidenza quali ipotesi implicano certe conseguenze, e poi ognuno trae le sue conclusioni, per quanto riguarda l'efficacia descrittiva della teoria.



Il gatto di Alice